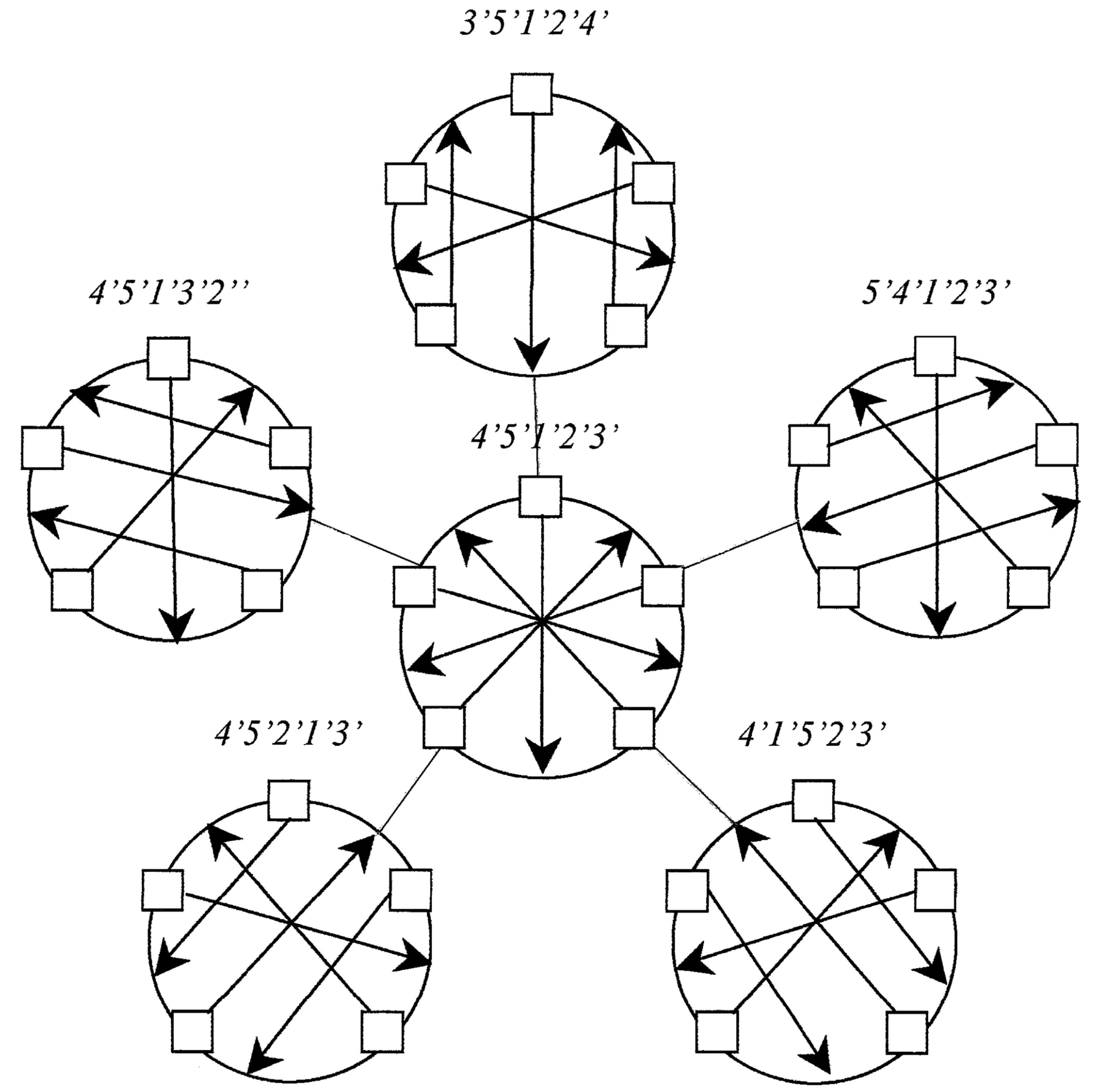
ce qui nous permet de reformer le pentagone initial en lui adjoignant le sixième, le nœud centre, que nous plaçons au centre du pentagone

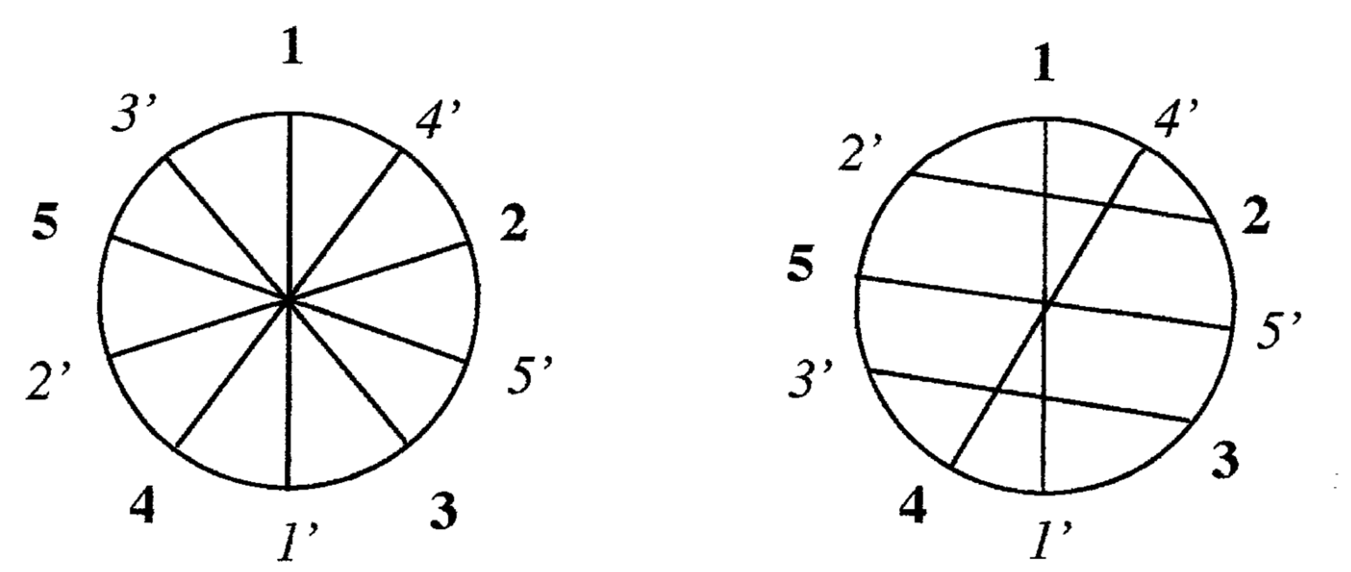


ce qui n'est pas sans nous rappeler, mailleutiquement, une autre tenture, autrement sexualisée, celle de la ***dame à la clitorne***, dont le centre est occupé par la tapisserie dite "à mon seul désir" vue désormais comme nœud-centre de tout espace d'écriture et dont nous comprenons maintenant l'unicité.

la morphologie des Ӕ est donc une information à la fois, par son point central, sur la représentation d'un nœud, et sur la similitude quotientant les mots noués en mots-nœuds.

C. *morphologies et table des compatibilités*

tous les $Ӕ_5$ ne forment que deux morphologies de nœuds :



et cela, quelles que soient les lettres que l'on placera en 1, 2, 3,… il est possible de voir d'un coup d'œil tous les mots possibles, c'est-à-dire tous les mots noués ; pour cela, construisons la table des compatibilités :

	1 2	2 3	3 4	4 5	5 6	6 1
1'		oui	oui	oui	oui	
2'			oui	oui	oui	oui
3'	oui			oui	oui	oui
4'	oui	oui			oui	oui
5'	oui	oui	oui			oui
6'	oui	oui	oui	oui		

une entrée représente l'intervalle dans lequel l'autre entrée utilise l'insertion. ce qui revient à identifier tous les mots circulaires compatibles. par exemple **1***6'***2***1'***3***2'***4***3'***5***4'***6***5'*.

on place *1'* dans son premier intervalle permis, soit [**2 3**], puis on poursuit. finalement, nous obtiendrons :

1 2 3 4 5 6
6' 1' 2' 3' 4' 5'
5' 6' 1' 2' 3' 4'
4' 5' 6' 1' 2' 3'
3' 4' 5' 6' 1' 2'

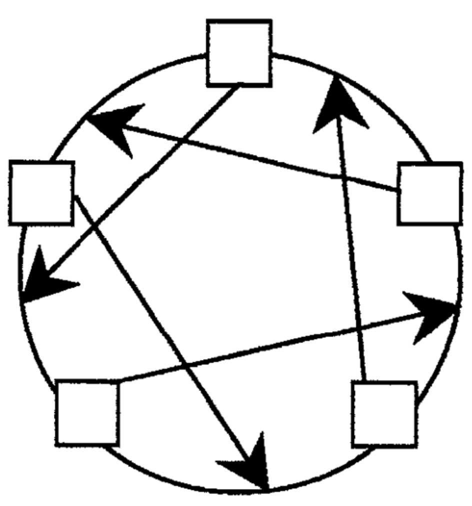
chacun de ces mots est noué, ce qui ne signifie pas, nous le savons désormais, que chacun soit un mot-nœud. pour cela, il faut qu'apparaisse dans son espace d'écriture $\mathcal{E}$ un point central ou, comme pour les nœuds à nombre pair de croisements, un segment **X***x'* qui rencontre *deux autres* segments **Y***y'* et **Z***z'* pouvant ne pas se rencontrer entre eux mais cependant obéissant eux-mêmes à la même règle. un mot quelconque, par circularité ou permutation nouante, donne tous les autres.

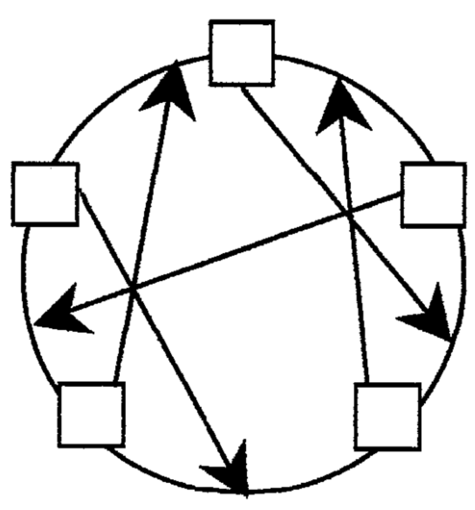
un seul mot permet de produire tous les autres mots noués, mais nous ne pouvons dire la même chose pour les mots-nœuds sans avoir dessiné leur $\mathcal{E}$.

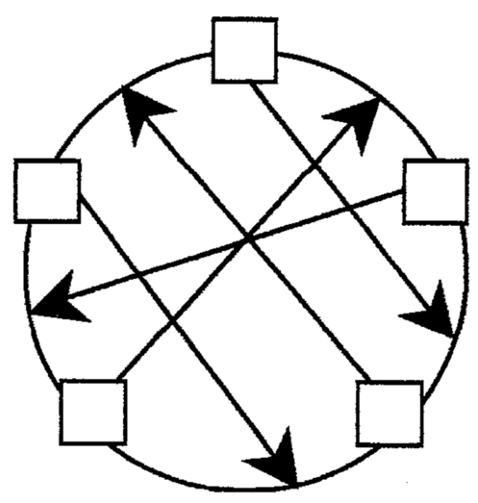
la théorie des mots noués est donc une théorie de mots, alors que la théorie des mots-nœuds est une théorie d'espaces d'écriture $\mathcal{E}$.

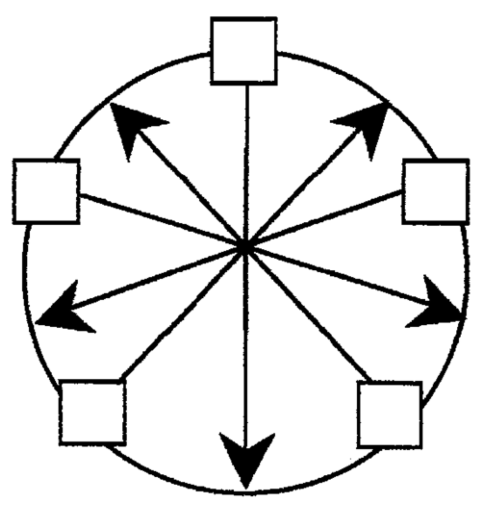
les espaces d'écriture $\mathcal{E}_i$, permettent de classer par morphologie.

les mots noués à 5 lettres se répartissent selon 4 morphologies :


α


β


γ


δ

voici la liste des mots noués rapportés à leur morphologie :

α	α_1	*3' 4' 5' 1' 2'*
	α_2	*5' 1' 2' 3' 4'*
β	β_1	*3' 1' 5' 2' 4'*
	β_2	*3' 5' 2' 1' 4'*
	β_3	*4' 1' 5' 3' 2'*
	β_4	*5' 4' 1' 3' 2'*
	β_5	*5' 4' 2' 1' 3'*
γ	γ_1	*3' 5' 1' 2' 4'*
	γ_2	*4' 1' 5' 2' 3'*
	γ_3	*4' 5' 1' 3' 2'*
	γ_4	*4' 5' 2' 1' 3'*
	γ_5	*5' 4' 1' 2' 3'*
δ		*4' 5' 1' 2' 3'*

les α et δ sont translatés circulaires. ils forment un sous-ensemble circulairement clos de la liste.

tous les translatés circulaires des β et γ sont non noués. seuls les γ et δ sont des mots-nœuds. on peut résumer ces observations ainsi :

α	δ	← circulairement clos
β	γ	← circularisés non noués
	↑ nœuds	

on peut associer à cette liste sa table des bouclets de lettres. précisons que nous avons pris la valeur '3' comme représentant à la fois les bouclets de valeur *3* et leur complémentaire – *7* = *3* [*10*]. les bouclets '5' sont leurs propres complémentaires, ce pour quoi on les nomme bouclets "moitié" ou mieux encore, bouclets 'centres'.

	1’	2’	3’	4’	5’
α_1	3	3	3	3	3
α_2	3	3	3	3	3
β_1	3	5	3	3	3
β_2	3	3	3	3	5
β_3	3	3	3	5	3
β_4	5	3	3	3	3
β_5	3	3	5	3	3

	1’	2’	3’	4’	5’
γ_1	5	5	3	3	5
γ_2	3	5	5	5	3
γ_3	5	3	3	5	5
γ_4	3	3	5	5	5
γ_5	5	5	5	3	3
δ	5	5	5	5	5

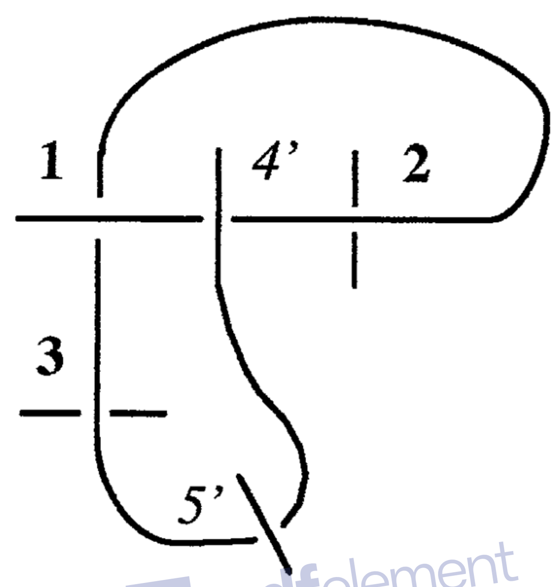
aucun α n’a de bouclet moitié (= *5*). les β n’ont qu’un seul croisement milieu ou centre ; les γ ont 3 croisements centres et le δ a tous ses croisements centres, ce qui devient sa définition, celle des nœuds qu’ailleurs on disait "peignes".

- ***nouage***

lorsqu’un mot nouable est non noué, cela signifie que certaines de ses lettres ne sont pas à la bonne place. il est donc facile de nouer à partir de tels mots en permutant les lettres mal placées afin de les mettre en bonne place. exemple : soit le mot non noué *3’2’5’4’1’*. les lettres mal placées sont *2’*, *4’* et *1’*. une permutation de *2’4’1’* est, par exemple, *4’1’2’*, ce qui permet d’obtenir le mot *3’4’5’1’2’* qui, lui, est noué – il s’agit d’α_1.

D. ***outrepassement et issue de secours d’un mot non nœud***

soit le mot β_3 **1**4’**2**1’**3**5’**4**3’**5**2’. effectuons la procédure dessinant le nœud correspondant :

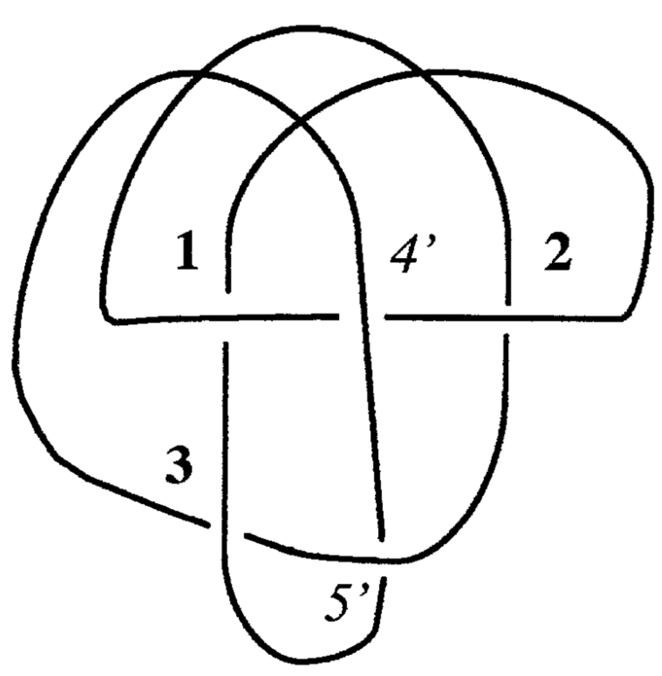


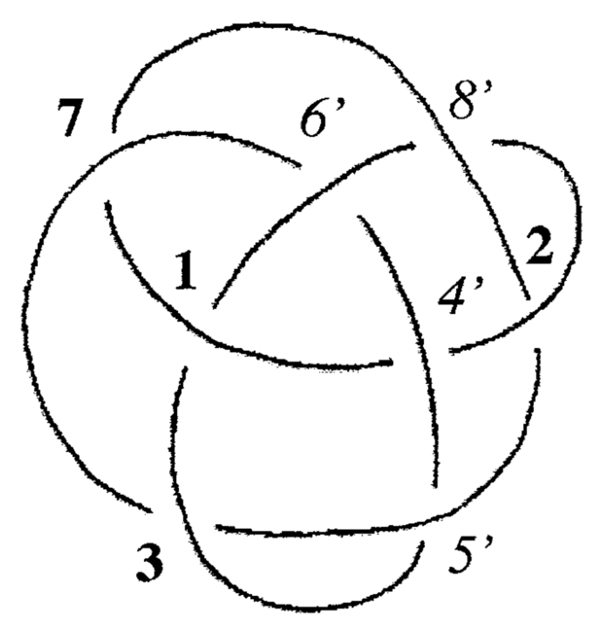
nous ne pouvons pas aller plus loin que **1**4’**2**1’**3**5’**4**, à ce stade, nous ne pouvons plus avancer, car pour aller de **4** à *3’*, il faut traverser la portion de brin **2**1’ ou **1**4’ ou 4’**2**, ce qui n’est pas conforme à la procédure.

outrepassons cet interdit et continuons la procédure sans se préoccuper des croisements supplémentaires générés pendant le trajet :

- *traversée de la portion* **2**1’

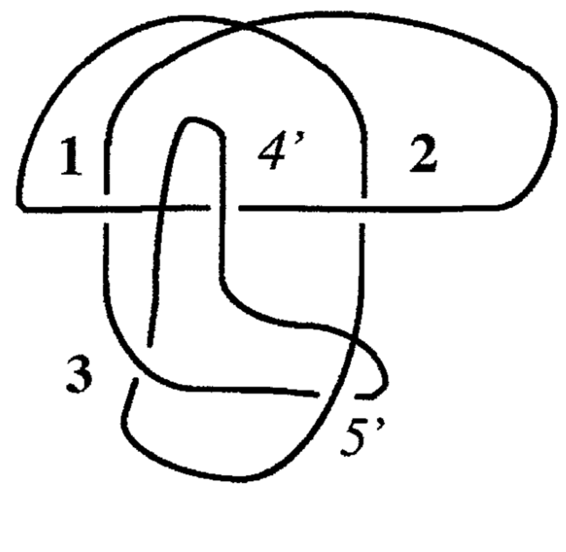
alternons les 3 croisements supplémentaires et numérotons-les dans l’ordre



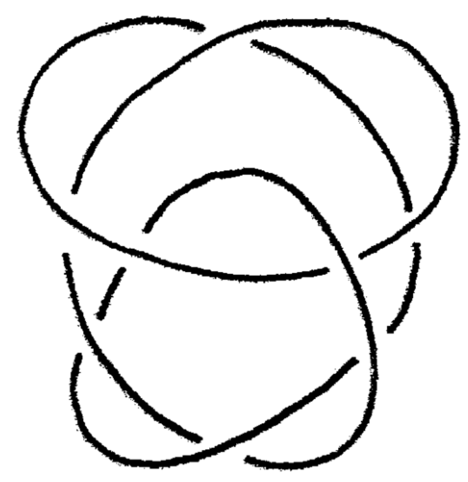


l’état obtenu est à 8 croisements alternés. donc l’état est réduit.

- *traversée de la portion* **1**4’

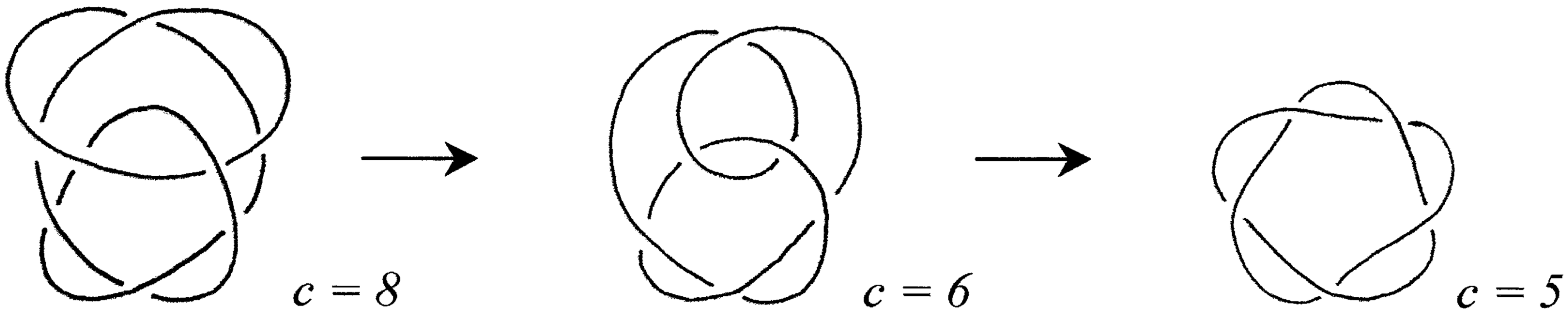


alternons les 3 croisements en observant que leur disposition désalterne certaines portions, et donc nous pouvons choisir le dessus-dessous de ces croisements supplémentaires

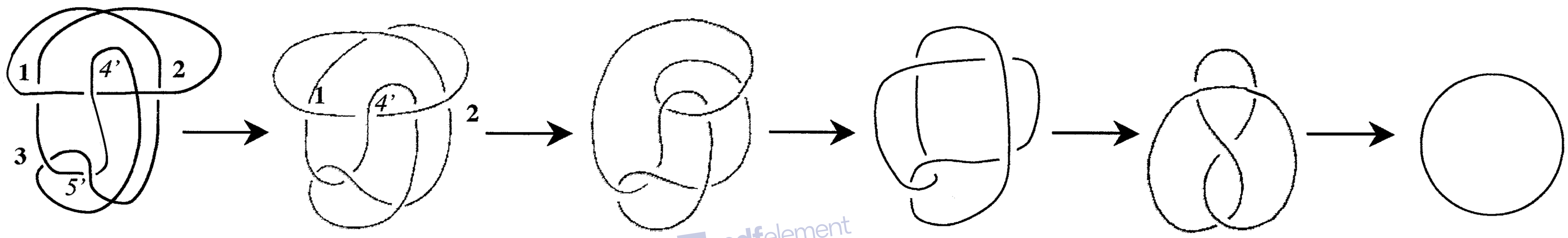


l'état est à 8 croisements dont 3 forment un antibrin de portée 3, ce qui est impossible ; donc cet état est réductible.

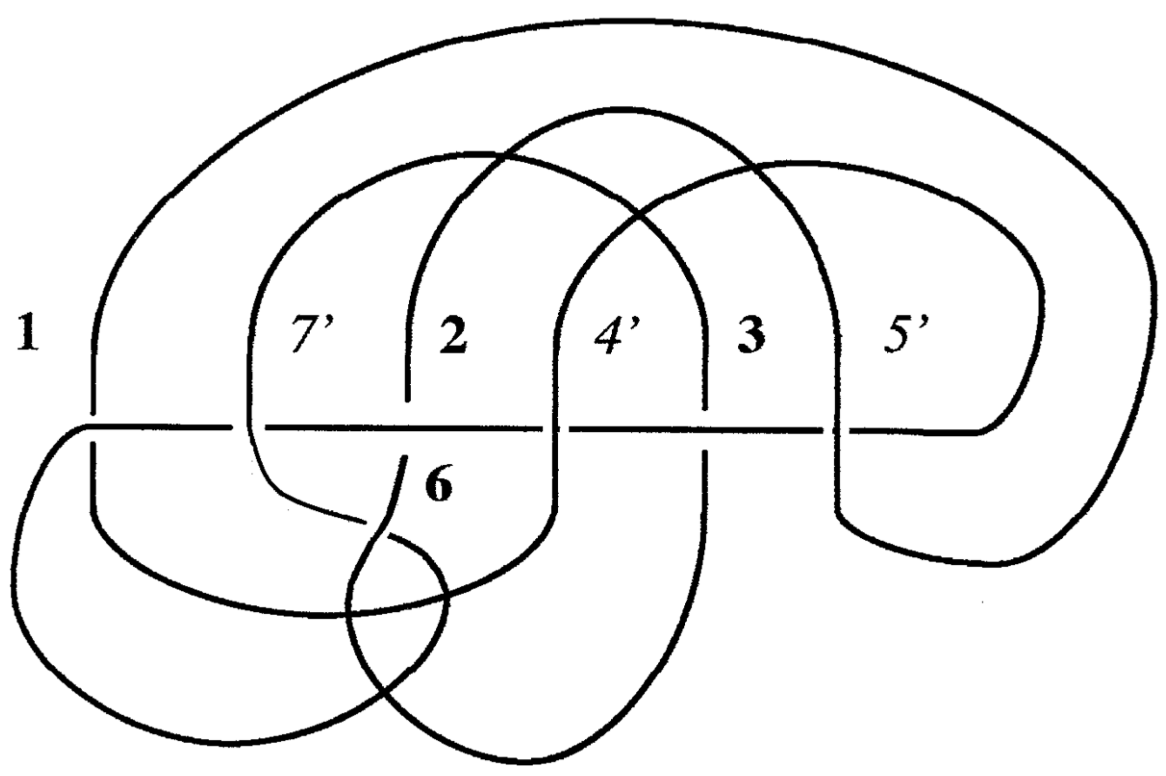
effectuons la réduction



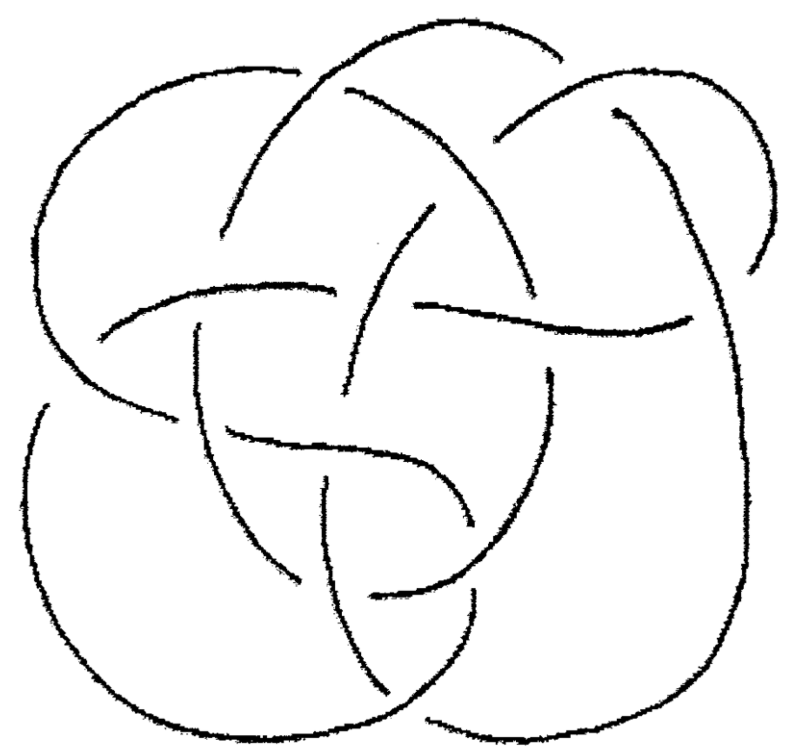
- *traversée de la portion 4'***2**



nous aurions de même pour le mot **1***7'***2***4'***3***5'***4***1'***5***2'***6***3'***7***6'* :



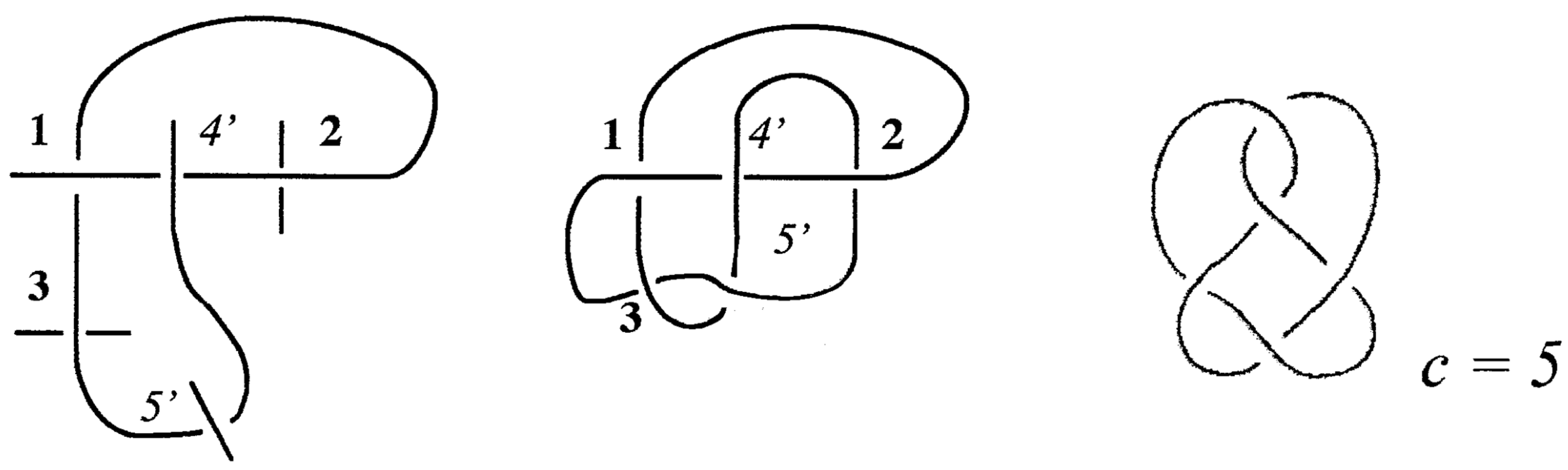
soit, notamment, un nœud alterné à 13 croisements



, etc.

donc un mot non nœud peut générer un nœud de dimension supérieure si l'on outrepasse la procédure en créant des croisements supplémentaires.

l'issue de secours va consister à rabouter les portions en oubliant le mot-lecture qui a servi à la construction



le mot est devenu **1** *4'* **2** *1'* **3** *5'* **4** *2'* **5** *3'*, c'est-à-dire qu'on a effectué la permutation $\begin{pmatrix} 3'\,2' \\ 2'\,3' \end{pmatrix}$, ce qui revient à la procédure de nouage du chapitre précédent.

E. *lettrage de la table de compatibilités*

la table des compatibilités, p. 16, peut informer sur les rapports entre les diagonales et les bouclets. reprenons la table p. 16 et remplaçons dans les cases les "oui" par une lettre, toujours la même pour une même diagonale, la table devenant ainsi lettrée.

	12	23	34	45	56	61
1'	╳	a	b	c	d	╳
2'	╳	╳	a	b	c	d
3'	d	╳	╳	a	b	c
4'	c	d	╳	╳	a	b
5'	b	c	d	╳	╳	a
6'	a	b	c	d	╳	╳

ainsi chaque x' est affecté d'une lettre selon l'intervalle qu'il occupe. par exemple, *5' 4' 1' 6' 2' 3'* s'écrit

5'	*4'*	*1'*	*6'*	*2'*	*3'*	
b	d	b	d	c	c	
7	9	5	9	7	7	bouclets

établissons la table lettrée des mots à 5 lettres dont la liste est donnée p. 17

	12	23	34	45	51
1'	╳	a	b	c	╳
2'	╳	╳	a	b	c
3'	c	╳	╳	a	b
4'	b	c	╳	╳	a
5'	a	b	c	╳	╳

et projetons cette écriture dans la table des bouclets de mots α, β, γ et δ.

	1'	*2'*	*3'*	*4'*	*5'*
α_1	c	c	c	c	c
α_2	a	a	a	a	a
β_1	a	b	c	a	c
β_2	c	a	c	a	b
β_3	a	c	a	b	c
β_4	b	c	a	c	a
β_5	c	a	b	c	a

	1'	*2'*	*3'*	*4'*	*5'*
γ_1	b	b	c	a	b
γ_2	a	b	b	b	c
γ_3	b	c	a	b	b
γ_4	c	a	b	b	b
γ_5	b	b	b	c	a
δ	b	b	b	b	b

comme on le voit, les α et δ sont unilittéraux, les β ont un b correspondant au bouclet constant de *5* et les a et c valent *3*, comme pour les α. ces lettres ont les mêmes valeurs de bouclet pour les γ et δ.
la lecture inverse est naturellement possible et permet de restituer les mots.
par exemple : β_3 = acabc, que l'on réécrit $\beta_3 = 1'_a\,2'_c\,3'_a\,4'_b\,5'_c$. le *1'* n'est 'a' que dans l'intervalle **2 3**, de même, *2'* n'est 'c' qu'entre **5** et **1**, *3'* est 'a' entre **4** et **5**, *4'* est 'b' entre **1** et **2** et *5'* n'est 'c' que dans l'intervalle **3 4**, ce qui donne $\beta_3 = a_{1'}\,c_{2'}\,a_{3'}\,b_{4'}\,c_{5'}$, soit : $\mathbf{1}\,4'\,\mathbf{2}\,1'\,\mathbf{3}\,5'\,\mathbf{4}\,3'\,\mathbf{5}\,2'$, ce qui est bien β_3.
l'unicité des traductions exprime l'homomorphisme des deux écritures-lectures.
voici maintenant la table générale des contributions permettant de passer d'une traduction à l'autre – chaque diagonale grisée correspond à sa diagonale lettrée.

	1 2	2 3	3 4	4 5	5 1
1'	╳	$\alpha_2\ \beta_1\ \boldsymbol{\beta_3}\ \gamma_2$	$\beta_4\ \gamma_1\ \gamma_3\ \gamma_5\ \delta$	$\alpha_1\ \beta_2\ \beta_5\ \gamma_4$	╳
2'	╳	╳	$\alpha_2\ \beta_2\ \beta_5\ \gamma_4$	$\beta_1\ \gamma_1\ \gamma_2\ \gamma_5\ \delta$	$\alpha_1\ \boldsymbol{\beta_3}\ \beta_4\ \gamma_3$
3'	$\alpha_1\ \beta_1\ \beta_2\ \gamma_1$	╳	╳	$\alpha_2\ \boldsymbol{\beta_3}\ \beta_4\ \gamma_3$	$\beta_5\ \gamma_2\ \gamma_4\ \gamma_5\ \delta$
4'	$\boldsymbol{\beta_3}\ \gamma_2\ \gamma_3\ \gamma_4\ \delta$	$\alpha_1\ \beta_4\ \beta_5\ \gamma_5$	╳	╳	$\alpha_2\ \beta_1\ \beta_2\ \gamma_1$
5'	$\alpha_2\ \beta_4\ \beta_5\ \gamma_5$	$\beta_2\ \gamma_1\ \gamma_3\ \gamma_4\ \delta$	$\alpha_1\ \beta_1\ \boldsymbol{\beta_3}\ \gamma_2$	╳	╳

et sa réduite pour le mot β_3 ; cette traduction peut se projeter dans la table réduite

	1 2	2 3	3 4	4 5	5 1
1'		*1'* ~ a			
2'					*2'* ~ c
3'				*3'* ~ a	
4'	*4'* ~ b				
5'			*5'* ~ c		

(le tilde représente 'est')

qui fournit $\beta_3 = 4'_b1'_a5'_c3'_a2'_c$, soit le mot complet $\beta_3 = \mathbf{1}4'\mathbf{2}1'\mathbf{3}5'\mathbf{4}3'\mathbf{5}2'$.

F. *rattachement encore aux trajets, et mots de profondeur des parenthèses*

les mots parenthésés, c'est-à-dire les mots formés de parenthèses ouvrantes et fermantes, dans cet ordre, *()*, sont des mots nouables[5].

on passe d'un mot nouable à son équivalent parenthésé en remplaçant simplement la première occurrence d'une lettre par la parenthèse ouvrante '*(*' et la seconde occurrence de la même lettre, par la parenthèse fermante '*)*'. ainsi A*ba*B s'écrit – mais nous savons que ce mot n'est pas noué : *(())*.

prenons le premier mot noué A*c*B*a*C*b*. il se parenthèse ainsi : *((( )))*. si nous nommons *g*, pour *gauche*, la parenthèse '*(*' et *d*, pour *droite*, la parenthèse '*)*', A*c*B*a*C*b* devient *gggddd*, que l'on contracte en g^3d^3. pour former un mot parenthésé noué, il faut et il suffit que le nombre des premières parenthèses ouvrantes soit supérieur ou égal au nombre de parenthèses fermantes qui lui succède immédiatement. en d'autres termes, on doit toujours avoir $g^md^ng^pd^q$:

mots nouables : $m + p = n + q$

mots noués : $m \geq n$.

la "profondeur" du mot g^3d^3 s'obtient comme suit : lorsque deux parenthèses forment, par leur contiguïté, un parenthésage complet, c'est-à-dire *( )* ou *gd*, alors on remplace ces deux parenthèses par le nombre correspondant au niveau de profondeur obtenu :

$$gggddd \rightarrow ggg\varnothing ddd \rightarrow gg\,\cancel{1}\,dd \rightarrow g\,\cancel{2}\,d \rightarrow \cancel{3}.$$

effectuons cette procédure sur le mot à 4 lettres :

$$\mathrm{A}d\mathrm{B}a\mathrm{C}b\mathrm{D}c \rightarrow (\,(\,(\,)\,(\,)\,)\,) \rightarrow g^3dgd^3 \rightarrow g^3\varnothing dg\varnothing d^3 \rightarrow g^2\;1\;1\;d^2.$$

lorsque dans une même profondeur deux nombres sont conjoints, on fige les valeurs des parenthèses

5-rappelons que nous n'employons pas le discours des langages restreints de dyck, en théorie des langages formels, ainsi que leur usage (voir note 2, page 3). cf. *notions sur les grammaires formelles*, maurice groos et andré lantin, gauthier-villars, 1967.

et on incrémente le nombre le plus élevé qui sera pris comme niveau de profondeur au pas suivant. donc : $\rightarrow g^2\ 1\ 1\ d^2 \rightarrow g^2\ 2\ d^2 \rightarrow g\ 3\ d \rightarrow 4$. où l'on voit que les mots g^3d^3 et g^3dgd^3 n'ont pas même niveau de profondeur. la caractéristique du niveau de profondeur, qui n'existe pas pour g^3d^3 s'écrit, pour g^3dgd^3 : $\sigma_0\ (g^3dgd^3) = \{1\ 1\}$ et $\sigma_1 = 2$. aussi, le mot g^4d^4 est de profondeur $p = 4$, de caractéristique nulle et $\sigma_1 = \varnothing$.

à suivre

F. procédure de choix des mots-nœuds

1-

2- bouclets associés au mot-nœud.

3- exemples de n=3 à n=7.

COND et commutations

4- commutations combinées

5- triangle de la loi de construction selon les bouclets-centres [n].

6- organigramme et table de décision

7- la production isographique des mots nœudiens.